**Adı ve Soyadı: No: 18.11.2019**

**ÖRNEKLEME-I ARA SINAV SORULARI**

1. Aşağıdaki kavramlara ait tanımlamaları yapınız:

a) Örnekleme, örneklem, kitle, gözlem, örnek uzayı, tahmin edici, parametre kavramlarının tanımlarını yapınız.

b) İyi bir tahmin edicide bulunması gereken özellikleri maddeler halinde yazıp kısaca açıklayınız.

**2)** Paket ağırlığının kontrol edilmesi amacıyla bir margarin fabrikası 150 paketlik bir kitleden 15 paketi BRÖ ile seçilmiş olup ağırlıklar aşağıda verilmiştir. Seçilen bir paketin ağırlığının 124gr ile 126gr arasında olması (124 ve 126 dahil) isteniyor. Seçilen paketlerin istenilen aralıkta olması **oranını** tahmin ediniz ve bu tahminin standart hatasını bulunuz.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| $Y\_{i}$: | 123 | 124 | 126 | 129 | 122 | 129 | 129 | 127 | 126 | 121 | 122 | 122 | 127 | 124 | 128 |

**3)** Bir şehirde 800 blok olduğunu ve gece boyunca caddelere park eden arabaların toplam sayısı tahmin edilmek istenmektedir. 30 blokluk bir tesadüfi örneklem seçilmiş ve bloklardaki arabaların sayısı aşağıdaki gibi bulunmuştur.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| i | $$Y\_{i}$$ | i | $$Y\_{i}$$ |
| 1 | 3 | 16 | 5 |
| 2 | 4 | 17 | 7 |
| 3 | 6 | 18 | 10 |
| 4 | 9 | 19 | 4 |
| 5 | 2 | 20 | 8 |
| 6 | 9 | 21 | 9 |
| 7 | 9 | 22 | 2 |
| 8 | 7 | 23 | 7 |
| 9 | 6 | 24 | 1 |
| 10 | 1 | 25 | 3 |
| 11 | 2 | 26 | 4 |
| 12 | 2 | 27 | 0 |
| 13 | 7 | 28 | 4 |
| 14 | 4 | 29 | 9 |
| 15 | 8 | 30 | 3 |

1. İstenen tahmini ve bu tahminin %95 olasılıkla güven aralığını bulunuz (tablo değeri=2).

b) Örneklem standart sapmasını kullanarak %95 güvenilirlikle toplam tahmini için örneklem genişliği 90 alındığında hoş görülebilecek hata miktarını bulunuz (tablo değeri=2).

**4)** BRÖ ile çekilen bir örneklemde

a) $\hat{Y}$ kitle toplamının tahmin edicisi ve $Y$ kitle toplamı olsun. Bu tahmin edicinin yansızlığını ($E\left(\hat{Y}\right)=Y$)) gösteriniz.

b) Değerleri 1, 2, 3, 4, 5 olan bir kümeden üç genişliğinde çekilmek istediğinde a) şıkkındaki $E\left(\hat{Y}\right)=Y$ eşitliğinin doğruluğunu gösteriniz.

**NOT:** 4 sorudan herhangi 3 soruyu cevaplayınız.

**18.11.2019**

**ÖRNEKLEME-I ARA SINAV CEVAP ANAHTARI**

1)

a)

**Örnekleme**: Kitle birimlerinin bir kısmına belirli yöntemlerle ulaşılarak gerekli bilgilerin elde edilmesi işlemidir.

**Örneklem**: Kitlenin örnekleme yaparken seçilen alt kısmı.

**Kitle**: Araştırma kapsamına giren, aynı özellikleri taşıyan birimlerin ya da bireylerin oluşturduğu topluluğakitle denir

**Gözlem**: Bir ya da daha fazla kimsenin gerçek hayat içinde olup bitenleri bir plan dahilinde izlemesi ve kaydetmesine gözlem denir.

**Örnek** **uzayı**: Aynı özelliğe sahip birimler topluluğu olarak tanımlanan kitleden belirlenen bir örnekleme yöntemi ile aynı genişlikte seçilebilecek tüm örneklemlerin oluşturduğu uzaya örnek uzayı adı verilir.

**Tahmin edici**: Sonlu kitleden çekilen örneklemden yararlanılarak kitlenin özelliklerini tahmin etmek amacı ile tanımlanan matematiksel eşitliğe tahmin edici ($\hat{θ}$) denir.

**Parametre**: Kitle özelliklerinin sayısal değerlerine parametre denir.

b)

**Tutarlılık**: Örneklem genişliği (n) verilen bir sayıdan daha büyük alındığında tahmin ile parametre arasındaki farkın düşünülebilen en küçük pozitif bir sayıdan daha küçük kalma olasılığı 1 ise o tahmine tutarlı denir. Matematiksel olarak:

$$\lim\_{n\to \infty }P\left(\left|\hat{θ}-θ\right|<ε\right)=1$$

**Yansızlık**: Bir tahmin edicinin beklenen değeri parametre değerine eşit ise (yani $E\left(\hat{θ}\right)=θ$) o tahmin edici yansızdır. Tahmincinin beklenen değeri örneklem dağılımının ortalamasıdır.

$$Yanlılık Miktarı = E\left(\hat{θ}\right)-θ$$

**Duyarlılık**: Bir tahmin edicinin varyansının tersi duyarlılık ölçüsüdür. Bu tanıma göre varyansı küçük olan tahmin ediciler yüksek duyarlılığa sahiptir.

$$Duyarlılık=\frac{1}{V\left(\hat{θ}\right)}$$

2)

$$n = 15, N = 150$$

$p=\frac{a}{n}, a=4 $(124 ve 126 arasındakilerin sayısı), $p=\frac{4}{15}$

$$sh\left(p\right)=\sqrt{\left(1-f\right)\frac{pq}{n}}, f=\frac{n}{N}=\frac{15}{150}$$

$$sh\left(p\right)=\sqrt{\left(1-\frac{15}{150}\right)\frac{\frac{4}{15}\frac{11}{15}}{15}}=0.1083205$$

3)

a)

$$n=30, N=800$$

$$\hat{Y}=N\overbar{y} $$

$$\overbar{y}=\frac{\sum\_{i=1}^{n}Y\_{i}}{n}=\frac{\left(3+4+…+3\right)}{30}=5.1667$$

$$\hat{Y}=800×5.1667=4133.333$$

$$sh\left(\hat{Y}\right)=\sqrt{\hat{V}\left(\hat{Y}\right)}$$

$$\hat{V}\left(\hat{Y}\right)=N^{2}\left(1-f\right)\frac{s^{2}}{n}, f=\frac{n}{N}=\frac{30}{800}$$

$$s^{2}=\frac{\sum\_{i=1}^{n}\left(Y\_{i}-\overbar{y}\right)^{2}}{n-1}=\frac{\left(3-5.1667\right)^{2}+\left(4-5.1667\right)^{2}+…+\left(3-5.1667\right)^{2}}{14}=8.626437$$

$$\hat{V}\left(\hat{Y}\right)=N^{2}\left(1-f\right)\frac{s^{2}}{n}=800^{2}\left(1-\frac{30}{800}\right)\frac{8.626437}{30}=177129.5$$

$$sh\left(\hat{Y}\right)=\sqrt{177129.5}=420.8676$$

Güven aralığı:

$$P\left(\hat{Y}-t\_{n-1;α/2}sh\left(\hat{Y}\right)<Y<\hat{Y}+t\_{n-1;α/2}sh\left(\hat{Y}\right)\right)=1-α$$

$$P\left(4133.333-2×420.8676<Y<4133.333+2×420.8676\right)=1-0.05$$

$$P\left(3291.597<Y<4975.069\right)=0.95$$

b)

$$n=\frac{N^{2}t^{2}S^{2}}{d^{2}+Nt^{2}S^{2}}$$

$$30=\frac{800^{2}×2^{2}×8.626437}{d^{2}+800×2^{2}×8.626437}$$

$$d^{2}=\frac{800^{2}×2^{2}×8.626437}{30}-800×2^{2}×8.626437$$

$$d^{2}=708518$$

$$d=841.7351$$

4)

a)

$$E\left(\hat{Y}\right)=E\left(N×\overbar{y}\right)=N×E\left(\overbar{y}\right)=\frac{N}{\left(\begin{matrix}N\\n\end{matrix}\right)}\sum\_{i=1}^{\left(\begin{matrix}N\\n\end{matrix}\right) }\overbar{y}\_{i}$$

$$=\frac{N}{\left(\begin{matrix}N\\n\end{matrix}\right)}\frac{1}{n}\sum\_{i=1}^{\left(\begin{matrix}N\\n\end{matrix}\right) }\left(y\_{1}+y\_{2}+…+y\_{n}\right)$$

$$\frac{\sum\_{i=1}^{\left(\begin{matrix}N\\n\end{matrix}\right)}\left(y\_{1}+y\_{2}+…+y\_{n}\right)}{\left(\begin{matrix}N-1\\n-1\end{matrix}\right)}=y\_{1}+y\_{2}+…+y\_{N}$$

$$E\left(\hat{Y}\right)=\frac{N}{\left(\begin{matrix}N\\n\end{matrix}\right)}\frac{N}{n}\left(\begin{matrix}N-1\\n-1\end{matrix}\right)\left(y\_{1}+y\_{2}+…+y\_{N}\right)$$

$$E\left(\hat{Y}\right)=\frac{\left(\begin{matrix}N-1\\n-1\end{matrix}\right)}{\left(\begin{matrix}N\\n\end{matrix}\right)}\frac{N}{n}\left(y\_{1}+y\_{2}+…+y\_{N}\right)$$

$$\frac{\left(\begin{matrix}N-1\\n-1\end{matrix}\right)}{\left(\begin{matrix}N\\n\end{matrix}\right)}=\frac{\frac{\left(N-1\right)!}{\left(N-n\right)!\left(n-1\right)!}}{\frac{N!}{\left(N-n\right)!n!}}=\frac{n}{N}$$

$$E\left(\hat{Y}\right)=\frac{n}{N}\frac{N}{n}\left(y\_{1}+y\_{2}+…+y\_{N}\right)$$

$$E\left(\hat{Y}\right)=y\_{1}+y\_{2}+…+y\_{N}$$

$$E\left(\hat{Y}\right)=Y$$

Basit rastgele örneklemede $\hat{Y}$ yansız bir tahmin edicidir.

b)

|  |  |
| --- | --- |
| $$Kitle = \{1,2,3,4,5\}$$ | $$Y=1+2+3+4+5=15$$ |
| Örneklemler | $$\hat{Y}=N×\overbar{y}$$ |
| $$\{1,2,3\}$$ | $$5×\frac{6}{3}=10$$ |
| $$\{1,2,4\}$$ | $$5×\frac{7}{3}=11.6667$$ |
| $$\{1,2,5\}$$ | $$13.3333$$ |
| $$\{1,3,4\}$$ | $$13.3333$$ |
| $$\{1,3,5\}$$ | $$15$$ |
| $$\{1,4,5\}$$ | $$16.6667$$ |
| $$\{2,3,4\}$$ | $$15$$ |
| $$\{2,3,5\}$$ | $$16.6667$$ |
| $$\{2,4,5\}$$ | $$18.3333$$ |
| $$\{3,4,5\}$$ | $$20$$ |
| Ortalama: | $$\frac{13.3333+13.3333+…+20}{10}=14.999977≅15 $$ |

NOT: (Buradaki 14.999977 değerindeki farklılık, toplam tahminleri hesaplanırken 4 basamak kadar ondalık alındığından dolayıdır. Gerçek değeri 15’tir)